

Festpreiskonzept versus Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung

Von Alexander Recht, a.recht@gmx.de, 08.11.2017

1	Festpreiskonzept nach Laspeyres.....	2
2	Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung.....	2
3	Eine Beispielrechnung	4
3.1	Reales BIP gemäß Festpreiskonzept nach Laspeyres	5
3.2	Reales BIP gemäß Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung.....	6
4	Zum Additivitätsproblem bei BIP-Komponenten	7
4.1	Additivität im Festpreiskonzept nach Laspeyres.....	7
4.2	Keine Additivität im Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung.....	9
5	Verwendungsquoten	10
5.1	Nominale Verwendungsquoten	10
5.2	Reale Verwendungsquoten im Festpreiskonzept nach Laspeyres.....	11
5.3	Reale Verwendungsquoten im Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung.....	12
6	Wachstumsbeiträge	13
6.1	Nominale Wachstumsbeiträge	13
6.2	Reale Wachstumsbeiträge im Festpreiskonzept nach Laspeyres.....	14
6.3	Reale Wachstumsbeiträge im Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung.....	15
7	Plädoyer für das Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung	18
7.1	Umbasierungsprobleme beim Festpreiskonzept nach Laspeyres.....	18
7.2	Überzeichnetes Wachstum beim Festpreiskonzept nach Laspeyres	18
7.2.1	Volumina beim Festpreiskonzept nach Laspeyres	18
7.2.2	Volumina beim Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung.....	19
7.3	Fazit.....	20
8	Ein VGR-Beispiel fürs Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung.....	21

1 Festpreiskonzept nach Laspeyres

Das nominale volkswirtschaftliche Produkt N_t berechnet sich unter Ausblendung des Güterindex i , indem die laufenden Preise mit den laufenden Mengen multipliziert werden.

$$N_t = \sum p_t q_t \quad (1)$$

Das reale volkswirtschaftliche Produkt Q_t , das man auch als Volumen bezeichnet, wird nach Laspeyres nicht als reiner Güterindex berechnet, sondern indem die laufenden Mengen mit konstanten Preisen eines Basisjahres multipliziert werden.

$$Q_t = \sum p_0 q_t \quad (2)$$

Im ersten Jahr sind daher beim Festpreiskonzept nach Laspeyres nominales Produkt und Volumen identisch.

$$N_0 = Q_0 = \sum p_0 q_0 \quad (3)$$

Als impliziten Deflator P_t bezeichnet man den Quotienten aus nominalem und realem Produkt.

$$P_t = \frac{N_t}{Q_t} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} \quad (4)$$

Dieser implizite Deflator P_t ist ein Paasche-Preisindex, da die Preise mit den laufenden Mengen gewichtet werden.¹

Im Basisjahr 0 ergibt sich hier der Wert 1.

$$t = 0 \implies P_0 = \frac{N_0}{Q_0} = \frac{\sum p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} = 1 \quad (5)$$

2 Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung

Anders ist das Vorgehen beim Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung. Im ersten Jahr sind wie beim Festpreiskonzept nach Laspeyres nominales Produkt und Volumen identisch.

$$N_0 = Q_0 = \sum p_0 q_0 \quad (6)$$

In den Folgejahren werden jedoch die Volumina Q_t nicht mit Preisen eines Basisjahres berechnet. Stattdessen werden sie fortgeschrieben, indem das Volumen des Vorjahres mit einem Bruch multipliziert wird, der im Nenner die Preise und Mengen aus dem Vorjahr enthält, während im Zähler Vorjahrespreise mit laufenden Mengen multipliziert werden.

$$Q_t = Q_{t-1} \frac{\sum p_{t-1} q_t}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} \quad (7)$$

Auch hier wollen wir den impliziten Deflator P_t ermitteln.

¹ Lediglich nachrichtlich sei erwähnt, dass beim Laspeyres-Preisindex $LaspP_t$ die Preise mit den Mengen eines Basisjahres gewichtet werden: $LaspP_t = \frac{N_t}{Q_t} = \frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0}$.

$$P_t = \frac{N_t}{Q_t} = \frac{\sum p_t q_t}{Q_{t-1} \frac{\sum p_{t-1} q_t}{\sum p_{t-1} q_{t-1}}} \quad (8)$$

Diese Darstellung ist jedoch unübersichtlich. Wir teilen durch einen Bruch, indem wir mit dem Kehrwert multiplizieren. Danach ordnen wir nur neu an.

$$P_t = \frac{N_t}{Q_t} = \frac{\sum p_t q_t}{Q_{t-1} \frac{\sum p_{t-1} q_t}{\sum p_{t-1} q_{t-1}}} = \frac{\sum p_t q_t}{Q_{t-1}} \frac{\sum p_{t-1} q_{t-1}}{\sum p_{t-1} q_t} = \frac{\sum p_{t-1} q_{t-1}}{Q_{t-1}} \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_{t-1} q_t} = \frac{N_{t-1}}{Q_{t-1}} \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_{t-1} q_t} \quad (9)$$

Der linke der beiden letzten Terme ist der implizite Deflator des Vorjahres P_{t-1} .

$$P_t = \frac{N_t}{Q_t} = P_{t-1} \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_{t-1} q_t} \quad (10)$$

Auch die impliziten Deflatoren werden also fortgeschrieben, indem der Deflator des Vorjahres mit einem Bruch multipliziert wird, der im Zähler die Preise und Mengen aus dem laufenden Jahr enthält, während im Nenner Vorjahrespreise mit laufenden Mengen multipliziert werden.

Wenngleich das Prinzip der Verkettung mit Vorjahreswerten operiert, hat auch hier ein Basisjahr 0 seine Bedeutung. Aus Gleichung (6) folgt für das Basisjahr 0:

$$P_0 = \frac{N_0}{Q_0} = 1 \quad (11)$$

Für Jahr 1 gilt dann:

$$P_1 = P_0 \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = 1 \cdot \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \quad (12)$$

Für Jahr 2 gilt:

$$P_2 = P_1 \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2} \quad (13)$$

Eine analoge Betrachtung nehmen wir für die Volumina vor, indem wir mit (6) beginnen.

$$Q_0 = N_0 = \sum p_0 q_0 \quad (6)$$

$$Q_1 = Q_0 \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} \quad (14)$$

$$Q_2 = Q_1 \frac{\sum p_1 q_2}{\sum p_1 q_1} \quad (15)$$

Aus Gleichung (4) folgt ohnehin:

$$N_t = P_t Q_t \quad (16)$$

Der Verdeutlichung halber sei aber auch skizziert, warum in jedem Jahr t das Produkt aus implizitem Deflator P_t und Volumen Q_t das nominale Produkt N_t ergibt.

$$P_t Q_t = P_{t-1} \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_{t-1} q_t} Q_{t-1} \frac{\sum p_{t-1} q_t}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} = P_{t-1} Q_{t-1} \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} \quad (17)$$

Der rechte Bruch sorgt dafür, dass Preise *und* Mengen aufs nächste Jahr gehoben werden.

Wir wollen uns aber auch das Volumen selber noch einmal genauer anschauen.

$$Q_t = Q_{t-1} \frac{\sum p_{t-1} q_t}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} \quad (7)$$

Wir erweitern, ordnen neu an und schreiben die Summenzeichen anders.

$$Q_t = Q_{t-1} \frac{\sum p_{t-1} q_t \frac{q_{t-1}}{q_{t-1}}}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} = Q_{t-1} \frac{\sum p_{t-1} q_{t-1} \frac{q_t}{q_{t-1}}}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} = Q_{t-1} \sum \frac{p_{t-1} q_{t-1}}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} \frac{q_t}{q_{t-1}} \quad (18)$$

Fortgeschrieben wird durch Multiplikation mit einer mittleren Mengensteigerung, indem die Mengensteigerung eines einzelnen Produkts $\frac{q_t}{q_{t-1}}$ additiv mit dem Anteil seines Nominalprodukts am Nominalprodukt aller Güter aus dem Vorjahr $\frac{p_{t-1} q_{t-1}}{\sum p_{t-1} q_{t-1}}$ gewichtet wird.

Wir widmen Gleichung (8) nun auf das Vorjahr um:

$$P_{t-1} = \frac{N_{t-1}}{Q_{t-1}} = \frac{\sum p_{t-1} q_{t-1}}{Q_{t-1}} \quad (19)$$

Dann folgt:

$$Q_{t-1} = \frac{\sum p_{t-1} q_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (20)$$

Wir setzen (20) in (18) ein.

$$Q_t = \frac{\sum p_{t-1} q_{t-1}}{P_{t-1}} \sum \frac{p_{t-1} q_{t-1}}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} \frac{q_t}{q_{t-1}} = \sum \frac{1}{P_{t-1}} \frac{\sum p_{t-1} q_{t-1}}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} \frac{p_{t-1} q_{t-1} q_t}{q_{t-1}} = \sum \frac{p_{t-1}}{P_{t-1}} q_t \quad (21)$$

Das Volumen eines Jahres ist also die Summe aller mit dem Vorjahresanteil ihres Preises am Deflator gewichteten einzelnen Produktmengen.

Wir vergleichen dieses Ergebnis nochmals mit (2).

$$Q_t = \sum p_0 q_t \quad (2)$$

Während beim Festpreiskonzept nach Laspeyres die einzelnen Produktmengen mit ihren Preisen im Basisjahr gewichtet werden, erfolgt ihre Gewichtung beim Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung anhand des Vorjahresanteils ihres Preises am Deflator.

3 Eine Beispielrechnung

Wir starten mit einem Beispiel mit einem Konsumgut, das für alle Konsumgüter stehe, und einem Investitionsgut, das für alle Investitionsgüter stehe.

Es gilt:

$$N_t = \sum p_t q_t \quad (1)$$

Dann gilt für das mit N_t bezeichnete nominale BIP:

$$N_{2000} = \sum p_{2000} q_{2000} = 1,000 \cdot 251 + 1,000 \cdot 236 = 487,00 \quad (22)$$

$$N_{2001} = \sum p_{2001} q_{2001} = 0,787 \cdot 282 + 1,499 \cdot 227 = 562,21 \quad (23)$$

$$N_{2002} = \sum p_{2002} q_{2002} = 0,573 \cdot 318 + 1,916 \cdot 218 = 599,90 \quad (24)$$

$$N_{2003} = \sum p_{2003} q_{2003} = 0,427 \cdot 358 + 2,249 \cdot 210 = 625,16 \quad (25)$$

Jahr	Konsumgüter		Investitionsgüter		N
	Mengen	Preise	Mengen	Preise	
2000	251	1,000	236	1,000	487,00
2001	282	0,787	227	1,499	562,21
2002	318	0,573	218	1,916	599,90
2003	358	0,427	210	2,249	625,16

3.1 Reales BIP gemäß Festpreiskonzept nach Laspeyres

Um das reale BIP, das sogenannte Volumen, also die Quantität Q_t , gemäß Festpreiskonzept nach Laspeyres zu ermitteln, beachten wir folgende Formeln:

$$Q_t = \sum p_0 q_t \quad (2)$$

Wir basieren auf das Jahr 2000, so dass $t = 0 \cong 2000$. Es folgt:

$$Q_{2000} = \sum p_{2000} q_{2000} = 1,000 \cdot 251 + 1,000 \cdot 236 = 487,00 \quad (26)$$

$$Q_{2001} = \sum p_{2000} q_{2001} = 1,000 \cdot 282 + 1,000 \cdot 227 = 509,00 \quad (27)$$

$$Q_{2002} = \sum p_{2000} q_{2002} = 1,000 \cdot 318 + 1,000 \cdot 218 = 536,00 \quad (28)$$

$$Q_{2003} = \sum p_{2000} q_{2003} = 1,000 \cdot 358 + 1,000 \cdot 210 = 568,00 \quad (29)$$

Für den impliziten Deflator P_t als Quotienten aus realem und nominalem Produkt folgt:

$$P_t = \frac{N_t}{Q_t} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} \quad (4)$$

$$P_{2000} = \frac{N_{2000}}{Q_{2000}} = \frac{\sum p_{2000} q_{2000}}{\sum p_{2000} q_{2000}} = \frac{1,000 \cdot 251 + 1,000 \cdot 236}{1,000 \cdot 251 + 1,000 \cdot 236} = \frac{487,00}{487,00} = 1,000 \quad (30)$$

$$P_{2001} = \frac{N_{2001}}{Q_{2001}} = \frac{\sum p_{2001} q_{2001}}{\sum p_{2000} q_{2001}} = \frac{0,787 \cdot 282 + 1,499 \cdot 227}{1,000 \cdot 282 + 1,000 \cdot 227} = \frac{562,21}{509,00} = 1,105 \quad (31)$$

$$P_{2002} = \frac{N_{2002}}{Q_{2002}} = \frac{\sum p_{2002} q_{2002}}{\sum p_{2000} q_{2002}} = \frac{0,573 \cdot 318 + 1,916 \cdot 218}{1,000 \cdot 318 + 1,000 \cdot 218} = \frac{599,90}{536,00} = 1,119 \quad (32)$$

$$P_{2003} = \frac{N_{2003}}{Q_{2003}} = \frac{\sum p_{2003} q_{2003}}{\sum p_{2000} q_{2003}} = \frac{0,427 \cdot 358 + 2,249 \cdot 210}{1,000 \cdot 358 + 1,000 \cdot 210} = \frac{625,16}{568,00} = 1,101 \quad (33)$$

Jahr	Konsumgüter		Investitionsgüter		N	Q	P
	Mengen	Preise	Mengen	Preise			
2000	251	1,000	236	1,000	487,00	487,00	1,000
2001	282	0,787	227	1,499	562,21	509,00	1,105
2002	318	0,573	218	1,916	599,90	536,00	1,119
2003	358	0,427	210	2,249	625,16	568,00	1,101

Was können wir uns unter dem impliziten Deflator vorstellen? Es handelt sich um den Durchschnittspreis einer durchschnittlichen Ware aus dem Warenkorb.

Diese Aussage ist nicht ganz korrekt, da ja auch das reale BIP Q_t bewertet ist, nämlich zu Preisen des Basisjahres 2000. Trotzdem können wir vereinfacht so tun, als handelte es sich bei den Volumina um gleichsam durchschnittliche Mengen einer einheitlichen Ware. Dann gab es etwa im Jahr 2003 568 einheitliche Waren zu einem durchschnittlichen Preis von 1,101, so dass das nominale BIP 625,16 betrug.

3.2 Reales BIP gemäß Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung

Um das reale BIP gemäß Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung zu ermitteln, gibt es zwei Wege, die beide dargestellt werden sollen.

Wie fangen wir an:

$$Q_0 = N_0 = \sum p_0 q_0 \quad (6)$$

Wir basieren wieder auf das Jahr 2000, so dass $t = 0 \cong 2000$. Es folgt:

$$Q_{2000} = N_{2000} = \sum p_{2000} q_{2000} = 1,000 \cdot 251 + 1,000 \cdot 236 = 487,00 \quad (34)$$

Um die Mengenentwicklung fortzuschreiben, bedient man sich folgenden Ansatzes:

$$Q_t = Q_{t-1} \frac{\sum p_{t-1} q_t}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} \quad (7)$$

Der Zähler des Bruchs ist das zu Vorjahrespreisen bewertete laufende BIP, der Nenner ist das nominale BIP des Vorjahres.

$$Q_{2001} = Q_{2000} \frac{\sum p_{2000} q_{2001}}{\sum p_{2000} q_{2000}} = 487,00 \cdot \frac{1,000 \cdot 282 + 1,000 \cdot 227}{1,000 \cdot 251 + 1,000 \cdot 236} = 487,00 \cdot \frac{509,00}{487,00} = 509,00 \quad (35)$$

$$Q_{2002} = Q_{2001} \frac{\sum p_{2001} q_{2002}}{\sum p_{2001} q_{2001}} = 509,00 \cdot \frac{0,787 \cdot 318 + 1,499 \cdot 218}{0,787 \cdot 282 + 1,499 \cdot 227} = 509,00 \cdot \frac{577,00}{562,21} = 522,44 \quad (36)$$

$$Q_{2003} = Q_{2002} \frac{\sum p_{2002} q_{2003}}{\sum p_{2002} q_{2002}} = 522,44 \cdot \frac{0,573 \cdot 358 + 1,916 \cdot 210}{0,573 \cdot 318 + 1,916 \cdot 218} = 522,44 \cdot \frac{607,50}{599,90} = 529,05 \quad (37)$$

Es soll anhand des Jahres 2003 gezeigt werden, dass in der Tat das Volumen eines Jahres die Summe aller mit dem Vorjahresanteil ihres Preises am Deflator gewichteten einzelnen Produktmengen ist.

$$Q_t = \frac{\sum p_{t-1} q_t}{P_{t-1}} = \sum \frac{p_{t-1} q_t}{P_{t-1}} = \sum \frac{1}{P_{t-1}} \frac{\sum p_{t-1} q_{t-1}}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} \frac{p_{t-1} q_t}{q_{t-1}} = \sum \frac{p_{t-1}}{P_{t-1}} q_t \quad (21)$$

$$Q_{2003} = \sum \frac{p_{t-1}}{P_{t-1}} q_t = \frac{0,427}{1,182} \cdot 358 + \frac{2,249}{1,182} \cdot 210 = 529,05 \quad (38)$$

Für den impliziten Deflator P_t als Quotienten aus realem und nominalem Produkt folgt:

$$P_t = \frac{N_t}{Q_t} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} \quad (4)$$

$$P_{2000} = \frac{N_{2000}}{Q_{2000}} = \frac{487,00}{487,00} = 1,000 \quad (39)$$

$$P_{2001} = \frac{N_{2001}}{Q_{2001}} = \frac{562,21}{509,00} = 1,105 \quad (40)$$

$$P_{2002} = \frac{N_{2002}}{Q_{2002}} = \frac{599,90}{522,44} = 1,148 \quad (41)$$

$$P_{2003} = \frac{N_{2003}}{Q_{2003}} = \frac{625,16}{529,05} = 1,182 \quad (42)$$

Jahr	Konsumgüter		Investitionsgüter		N	BIP lt. VJP	Q	P
	Mengen	Preise	Mengen	Preise				
2000	251	1,000	236	1,000	487,00		487,00	1,000
2001	282	0,787	227	1,499	562,21	509,0	509,00	1,105
2002	318	0,573	218	1,916	599,90	577,0	522,44	1,148
2003	358	0,427	210	2,249	625,16	607,5	529,05	1,182

Auch hier können wir vereinfacht so tun, als handelte es sich bei den Volumina um gleichsam durchschnittliche Mengen einer einheitlichen Ware. Dann gab es etwa im Jahr 2003 529,05 einheitliche Waren zu einem durchschnittlichen Preis von 1,182, so dass das nominale BIP 625,16 betrug.

Im vorliegenden Fall wurden erst die Volumina und dann implizit die Deflatoren berechnet. Man hätte jedoch auch erst mit der Preisermittlung starten und dann die Volumina ermitteln können. Darauf, dies zu zeigen, wird verzichtet.

4 Zum Additivitätsproblem bei BIP-Komponenten

4.1 Additivität im Festpreiskonzept nach Laspeyres

Das Beispiel wurde so konstruiert, dass die Preise aller Güter im ersten Jahr auf 1,000 normiert wurden. Dies erlaubt es uns, beim Festpreiskonzept mit seiner Bewertung mit den Preisen des Basisjahres die Volumina so darzustellen, dass sie sich als Summe der Mengen ablesen lassen.

Dennoch wollen wir, da ein solch einfaches Zahlenbeispiel nicht vorausgesetzt werden kann, die Additivität genauer nachweisen. Zudem betonen wird, dass die Additivität für alle Werte gilt. Dafür schauen wir uns zunächst nur die Konsumgüter an, errechnen hierfür konsumbezogene Nominalprodukte und Volumina und verfahren anschließend genauso mit den Investitionsgütern.

Jahr	Konsumgüter		Investitionsgüter		N	Q	P
	Mengen	Preise	Mengen	Preise			
2000	251	1,000	236	1,000	487,00	487,00	1,000
2001	282	0,787	227	1,499	562,21	509,00	1,105
2002	318	0,573	218	1,916	599,90	536,00	1,119
2003	358	0,427	210	2,249	625,16	568,00	1,101
Jahr	Konsumgüter		NC	QC	PC		
	Mengen	Preise					
2000	251	1,000	251,00	251,00	1,000		
2001	282	0,787	221,93	282,00	0,787		
2002	318	0,573	182,21	318,00	0,573		
2003	358	0,427	152,87	358,00	0,427		
Jahr	Investitionsgüter		NI	QI	PI		
	Mengen	Preise					
2000			236,00	236,00	1,000		
2001			340,27	227,00	1,499		
2002			417,69	218,00	1,916		
2003			472,29	210,00	2,249		

Man sieht, dass sich in jedem Jahr logischerweise die nominalen Werte von Konsumgütern und Investitionsgütern so addieren, dass die nominalen Werte des BIP resultieren. Wir ändern hierfür ab nun leicht die Diktion.

$$N_t = NC_t + NI_t \quad (43)$$

$$N_{2000} = NC_{2000} + NI_{2000} = 251,00 + 236,00 = 487,00 \quad (44)$$

$$N_{2001} = NC_{2001} + NI_{2001} = 221,93 + 340,27 = 562,21 \quad (45)$$

$$N_{2002} = NC_{2002} + NI_{2002} = 182,21 + 417,69 = 599,90 \quad (46)$$

$$N_{2003} = NC_{2003} + NI_{2003} = 152,87 + 472,29 = 625,16 \quad (47)$$

Wichtig ist nun aber, dass sich in jedem Jahr auch die Volumina von Konsumgütern und Investitionsgütern so addieren, dass die Volumina des BIP resultieren.

$$Q_t = QC_t + QI_t \quad (48)$$

$$Q_{2000} = QC_{2000} + QI_{2000} = 251,00 + 236,00 = 487,00 \quad (49)$$

$$Q_{2001} = QC_{2001} + QI_{2001} = 282,00 + 227,00 = 509,00 \quad (50)$$

$$Q_{2002} = QC_{2002} + QI_{2002} = 318,00 + 218,00 = 536,00 \quad (51)$$

$$Q_{2003} = QC_{2003} + QI_{2003} = 358,00 + 210,00 = 568,00 \quad (52)$$

Dies hat den Vorteil, dass sowohl bei den nominalen Werten als auch bei den Volumina die fehlenden Werte einer Güterart bei Vorliegen der Werte des BIP und der anderen Güterart ermittelt werden können. Nehmen wir etwa das Jahr 2003 und gehen davon aus, dass die Werte von BIP und Konsumgütern vorliegen. Dann lassen sich der nominale Werte und das Volumen der Investitionsgüter problemlos errechnen.

$$NI_{2003} = N_{2003} - NC_{2003} = 625,16 - 152,87 = 472,29 \quad (53)$$

$$QI_{2003} = Q_{2003} - QC_{2003} = 568,00 - 358,00 = 210,00 \quad (54)$$

4.2 Keine Additivität im Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung

Erneut schauen wir uns zunächst nur die Konsumgüter an und errechnen hierfür konsumbezogene Nominalprodukte und Volumina und verfahren anschließend genauso mit den Investitionsgütern.

Jahr	Konsumgüter		Investitionsgüter		N	BIP lt. VJP	Q	P
	Mengen	Preise	Mengen	Preise				
2000	251	1,000	236	1,000	487,00		487,00	1,000
2001	282	0,787	227	1,499	562,21	509,0	509,00	1,105
2002	318	0,573	218	1,916	599,90	577,0	522,44	1,148
2003	358	0,427	210	2,249	625,16	607,5	529,05	1,182
Jahr	Konsumgüter				NC	C lt. VJP	QC	PC
	Mengen	Preise						
2000	251	1,000			251,00		251,00	1,000
2001	282	0,787			221,93	282,0	282,00	0,787
2002	318	0,573			182,21	250,3	318,00	0,573
2003	358	0,427			152,87	205,1	358,00	0,427
Jahr			Investitionsgüter		NI	I lt. VJP	QI	PI
			Mengen	Preise				
2000			236	1,000	236,00		236,00	1,000
2001			227	1,499	340,27	227,0	227,00	1,499
2002			218	1,916	417,69	326,8	218,00	1,916
2003			210	2,249	472,29	402,4	210,00	2,249

Man sieht, dass sich natürlich auch hier in jedem Jahr die nominalen Werte von Konsumgütern und Investitionsgütern so addieren, dass die nominalen Werte des BIP resultieren.

$$N_t = NC_t + NI_t \quad (43)$$

$$N_{2000} = NC_{2000} + NI_{2000} = 251,00 + 236,00 = 487,00 \quad (55)$$

$$N_{2001} = NC_{2001} + NI_{2001} = 221,93 + 340,27 = 562,21 \quad (56)$$

$$N_{2002} = NC_{2002} + NI_{2002} = 182,21 + 417,69 = 599,90 \quad (57)$$

$$N_{2003} = NC_{2003} + NI_{2003} = 152,87 + 472,29 = 625,16 \quad (58)$$

Entscheidend ist nun jedoch, dass sich die Volumina von Konsumgütern und Investitionsgütern diesmal *nicht* in jedem Jahr so addieren, dass die Volumina des BIP resultieren.

$$Q_t \neq QC_t + QI_t \text{ (Ausnahme: Basisjahr)} \quad (59)$$

$$Q_{2000} = QC_{2000} + QI_{2000} \Rightarrow 251,00 + 236,00 = 487,00 \quad (60)$$

$$Q_{2001} \neq QC_{2001} + QI_{2001} \Rightarrow 282,00 + 227,00 \neq 509,00 \quad (61)$$

$$Q_{2002} \neq QC_{2002} + QI_{2002} \Rightarrow 318,00 + 218,00 \neq 522,44 \quad (62)$$

$$Q_{2003} \neq QC_{2003} + QI_{2003} \Rightarrow 358,00 + 210,00 \neq 529,05 \quad (63)$$

Dies bringt den Nachteil mit sich, dass diesmal bei den Volumina die fehlenden Werte einer Güterart bei Vorliegen der Volumina des BIP und der anderen Güterart nicht mehr einfach ermittelt werden können. Mithilfe eines kleinen Umwegs ist dies allerdings dennoch möglich. Hierfür greifen wir auf die Zusammenhänge aus (21) und (18) zurück.

$$Q_t = \frac{\sum p_{t-1} q_{t-1}}{P_{t-1}} \sum \frac{p_{t-1} q_{t-1}}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} \frac{q_t}{q_{t-1}} = \sum \frac{1}{P_{t-1}} \frac{\sum p_{t-1} q_{t-1}}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} \frac{p_{t-1} q_{t-1} q_t}{q_{t-1}} = \sum \frac{p_{t-1}}{P_{t-1}} q_t \quad (21)$$

$$Q_t = Q_{t-1} \frac{\sum p_{t-1} q_t \frac{q_{t-1}}{q_{t-1}}}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} = Q_{t-1} \frac{\sum p_{t-1} q_{t-1} \frac{q_t}{q_{t-1}}}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} = Q_{t-1} \sum \frac{p_{t-1} q_{t-1}}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} \frac{q_t}{q_{t-1}} \quad (18)$$

In der eingeführten Diktion für Konsum- und Investitionsgüter heißt dies:

$$Q_t = \frac{PC_{t-1}}{P_{t-1}} QC_t + \frac{PI_{t-1}}{P_{t-1}} QI_t \Leftrightarrow Q_t = Q_{t-1} \left(\frac{PC_{t-1} QC_{t-1}}{\sum PC_{t-1} QC_{t-1}} \frac{QC_t}{QC_{t-1}} + \frac{PI_{t-1} QI_{t-1}}{\sum PI_{t-1} QI_{t-1}} \frac{QI_t}{QI_{t-1}} \right) \quad (64)$$

Die im Beispiel erwähnten Konsum- und Investitionsgüter stehen für eine ganze Reihe von Konsum- und Investitionsgütern. Daher werden im Zähler der Brüche nicht die einzelnen Preise der Konsum- und Investitionsgüter pC_{t-1} und pI_{t-1} , sondern die Deflatoren PC_{t-1} und PI_{t-1} verwendet. Aus demselben Grund werden auch nicht die einzelnen Mengen der Konsum- und Investitionsgüter qC_{t-1} und qI_{t-1} , sondern die Volumina QC_{t-1} und QI_{t-1} verwendet. Jedenfalls können wir nun die linke Gleichung von (64) umformen:

$$\frac{PI_{t-1}}{P_{t-1}} QI_t = Q_t - \frac{PC_{t-1}}{P_{t-1}} QC_t \Leftrightarrow QI_t = \frac{P_{t-1}}{PI_{t-1}} Q_t - \frac{PC_{t-1}}{PI_{t-1}} QC_t \quad (65)$$

Wir zeigen dies anhand des Jahres 2003.

$$QI_{2003} = \frac{P_{2002}}{PI_{2002}} Q_{2003} - \frac{PC_{2002}}{PI_{2002}} QC_{2003} = \frac{1,148}{1,916} \cdot 529,05 - \frac{0,573}{1,916} \cdot 358,00 = 210,00 \quad (66)$$

Wenn also die Volumina von BIP und Konsumgütern sowie die Deflatoren der Vorperiode vorliegen, ist eine Ermittlung des Volumens der Investitionsgüter möglich. Analoges gilt natürlich auch für eine erforderliche Ermittlung des Volumens von Konsumgütern.

5 Verwendungsquoten

Uns interessiert der Anteil der Verwendung von Konsum- und Investitionsgütern am BIP.

5.1 Nominale Verwendungsquoten

Wir starten mit dem Anteil auf nominaler Basis, der sich beim Festpreiskonzept nach Laspeyres und beim Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung identisch berechnet.

$$N_t = NC_t + NI_t \quad (43)$$

Die nominale Konsumquote NCR_t und die nominale Investitionsquote NIR_t im Jahr t werden ermittelt, indem der nominale Konsum NC_t und die nominalen Investitionen NI_t jeweils durch das nominale BIP N_t im Jahr t dividiert werden.

$$NCR_t = \frac{NC_t}{N_t} \quad (67)$$

$$NIR_t = \frac{NI_t}{N_t} \quad (68)$$

Wir ermitteln die Konsum- und Investitionsquoten für alle Jahre am Beispiel.

$$NCR_{2000} = \frac{NC_{2000}}{N_{2000}} = \frac{251,00}{487,00} = 51,54\% \quad (69)$$

$$NCR_{2001} = \frac{NC_{2001}}{N_{2001}} = \frac{221,93}{562,21} = 39,48\% \quad (70)$$

$$NCR_{2002} = \frac{NC_{2002}}{N_{2002}} = \frac{182,21}{599,60} = 30,37\% \quad (71)$$

$$NCR_{2003} = \frac{NC_{2003}}{N_{2003}} = \frac{152,87}{625,16} = 24,45\% \quad (72)$$

$$NIR_{2000} = \frac{NI_{2000}}{N_{2000}} = \frac{236,00}{487,00} = 48,46\% \quad (73)$$

$$NIR_{2001} = \frac{NI_{2001}}{N_{2001}} = \frac{340,27}{562,21} = 60,52\% \quad (74)$$

$$NIR_{2002} = \frac{NI_{2002}}{N_{2002}} = \frac{417,69}{599,60} = 69,63\% \quad (75)$$

$$NIR_{2003} = \frac{NI_{2003}}{N_{2003}} = \frac{472,29}{625,16} = 75,55\% \quad (76)$$

Selbstverständlich addieren sich in jedem Jahr die Quoten zu 100,00%.

Jahr	Konsumgüter	Inv.güter	BIP
	NCR	NIR	
2000	51,54%	48,46%	100,00%
2001	39,48%	60,52%	100,00%
2002	30,37%	69,63%	100,00%
2003	24,45%	75,55%	100,00%

5.2 Reale Verwendungsquoten im Festpreiskonzept nach Laspeyres

Im Festpreiskonzept nach Laspeyres gilt analog zu den nominalen Größen auch bei den realen Volumengrößen Additivität.

$$Q_t = QC_t + QI_t \quad (48)$$

Die reale, volumenbezogene Konsumquote QCR_t und die reale, volumenbezogene Investitionsquote QIR_t im Jahr t werden ermittelt, indem das Konsumvolumen QC_t und das Investitionsvolumen QI_t jeweils durch das BIP-Volumen Q_t im Jahr t dividiert werden.

$$QCR_t = \frac{QC_t}{Q_t} \quad (77)$$

$$QIR_t = \frac{QI_t}{Q_t} \quad (78)$$

Wir ermitteln die realen Konsum- und Investitionsquoten für alle Jahre am Beispiel.

$$QCR_{2000} = \frac{QC_{2000}}{Q_{2000}} = \frac{251,00}{487,00} = 51,54\% \quad (79)$$

$$QIR_{2000} = \frac{QI_{2000}}{Q_{2000}} = \frac{236,00}{487,00} = 48,46\% \quad (80)$$

$$QCR_{2001} = \frac{QC_{2001}}{Q_{2001}} = \frac{282,00}{509,00} = 55,40\% \quad (81)$$

$$QIR_{2001} = \frac{QI_{2001}}{Q_{2001}} = \frac{227,00}{509,00} = 44,60\% \quad (82)$$

$$QCR_{2002} = \frac{QC_{2002}}{Q_{2002}} = \frac{318,00}{536,00} = 59,33\% \quad (83)$$

$$QIR_{2002} = \frac{QI_{2002}}{Q_{2002}} = \frac{218,00}{536,00} = 40,67\% \quad (84)$$

$$QCR_{2003} = \frac{QC_{2003}}{Q_{2003}} = \frac{358,00}{568,00} = 63,03\% \quad (85)$$

$$QIR_{2003} = \frac{QI_{2003}}{Q_{2003}} = \frac{210,00}{568,00} = 36,97\% \quad (86)$$

Selbstverständlich addieren sich auch diesmal in jedem Jahr die Quoten zu 100,00%.

Jahr	Konsumgüter	Inv.güter	BIP
	QCR	QIR	
2000	51,54%	48,46%	100,00%
2001	55,40%	44,60%	100,00%
2002	59,33%	40,67%	100,00%
2003	63,03%	36,97%	100,00%

5.3 Reale Verwendungsquoten im Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung

Im Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung gilt anders als bei den nominalen Größen bei den realen Volumengrößen gerade keine Additivität.

$$Q_t \neq QC_t + QI_t \quad (59)$$

Hieraus resultiert, dass die Berechnung realer Verwendungsquoten anders erfolgt als bei den nominalen Verwendungsquoten. Es gilt wie bekannt:

$$Q_t = \frac{PC_{t-1}}{P_{t-1}} QC_t + \frac{PI_{t-1}}{P_{t-1}} QI_t \Leftrightarrow Q_t = Q_{t-1} \left(\frac{PC_{t-1} QC_{t-1}}{\sum PC_{t-1} QC_{t-1}} \frac{QC_t}{QC_{t-1}} + \frac{PI_{t-1} QI_{t-1}}{\sum PI_{t-1} QI_{t-1}} \frac{QI_t}{QI_{t-1}} \right) \quad (64)$$

Die reale, volumenbezogene Konsumquote QCR_t und die reale, volumenbezogene Investitionsquote QIR_t im Jahr t werden ermittelt, indem das modifizierte Konsumvolumen $\frac{PC_{t-1}}{P_{t-1}} QC_t$ und das modifizierte Investitionsvolumen $\frac{PI_{t-1}}{P_{t-1}} QI_t$ jeweils durch das BIP-Volumen Q_t im Jahr t dividiert werden. Wir nehmen hierfür die linke Gleichung von (64).

$$QCR_t = \frac{PC_{t-1} QC_t}{P_{t-1} Q_t} \quad (87)$$

$$QIR_t = \frac{PI_{t-1} QI_t}{P_{t-1} Q_t} \quad (88)$$

Wir ermitteln die realen Konsum- und Investitionsquoten für alle Jahre am Beispiel, wobei wir für das Startjahr 2000 keine Vorjahreswerte der Deflatoren entnehmen und daher deren Werte aus dem Jahr 2000 selber nehmen.

$$QCR_{2000} = \frac{PC_{2000}}{P_{2000}} \frac{QC_{2000}}{Q_{2000}} = \frac{1,000}{1,000} \cdot \frac{251,00}{487,00} = 51,54\% \quad (89)$$

$$QIR_{2000} = \frac{PI_{2000}}{P_{2000}} \frac{QI_{2000}}{Q_{2000}} = \frac{1,000}{1,000} \cdot \frac{236,00}{487,00} = 48,46\% \quad (90)$$

$$QCR_{2001} = \frac{PC_{2000}}{P_{2000}} \frac{QC_{2001}}{Q_{2001}} = \frac{1,000}{1,000} \cdot \frac{282,00}{509,00} = 55,40\% \quad (91)$$

$$QIR_{2001} = \frac{PI_{2000}}{P_{2000}} \frac{QI_{2001}}{Q_{2001}} = \frac{1,000}{1,000} \cdot \frac{227,00}{509,00} = 44,60\% \quad (92)$$

$$QCR_{2002} = \frac{PC_{2001}}{P_{2001}} \frac{QC_{2002}}{Q_{2002}} = \frac{0,787}{1,105} \cdot \frac{318,00}{536,00} = 43,37\% \quad (93)$$

$$QIR_{2002} = \frac{PI_{2001}}{P_{2001}} \frac{QI_{2002}}{Q_{2002}} = \frac{1,499}{1,105} \cdot \frac{218,00}{536,00} = 56,63\% \quad (94)$$

$$QCR_{2003} = \frac{PC_{2002}}{P_{2002}} \frac{QC_{2003}}{Q_{2003}} = \frac{0,573}{1,119} \cdot \frac{358,00}{568,00} = 33,77\% \quad (95)$$

$$QIR_{2003} = \frac{PI_{2002}}{P_{2002}} \frac{QI_{2003}}{Q_{2003}} = \frac{1,916}{1,119} \cdot \frac{210,00}{568,00} = 66,23\% \quad (96)$$

Selbstverständlich addieren sich auch diesmal in jedem Jahr die Quoten zu 100,00%.

Jahr	Konsumgüter	Inv.güter	BIP
	QCR	QIR	
2000	51,54%	48,46%	100,00%
2001	55,40%	44,60%	100,00%
2002	43,37%	56,63%	100,00%
2003	33,77%	66,23%	100,00%

6 Wachstumsbeiträge

Im Folgenden möchten wir herausfinden, welchen Beitrag die Verwendungen von Konsum- und Investitionsgütern zum BIP-Wachstum liefern. Wir fangen mit dem Wachstumsbeitrag auf nominaler Basis an, der sich identisch berechnet, egal ob wir das Festpreiskonzept nach Laspeyres oder das Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung heranziehen.

6.1 Nominale Wachstumsbeiträge

Wir fangen mit folgender bekannter Gleichung an.

$$N_t = NC_t + NI_t \quad (43)$$

Das absolute Wachstum des Nominalprodukts ΔN_t von $t - 1$ bis t berechnet sich wie folgt:

$$\Delta N_t = \Delta NC_t + \Delta NI_t \quad (97)$$

Um das relative Wachstum des Nominalprodukts NW_t von $t - 1$ bis t zu berechnen, muss man sein absolutes Wachstum ΔN_t durch den Vorjahreswert des Nominalprodukts N_{t-1} dividieren. Anschließend erweitern wir die Brüche geeignet.

$$NW_t = \frac{\Delta N_t}{N_{t-1}} = \frac{\Delta NC_t}{N_{t-1}} + \frac{\Delta NI_t}{N_{t-1}} = \frac{\Delta NC_t}{NC_{t-1}} \frac{NC_{t-1}}{N_{t-1}} + \frac{\Delta NI_t}{NI_{t-1}} \frac{NI_{t-1}}{N_{t-1}} \quad (98)$$

Das nominale BIP-Wachstum NW_t ergibt sich als Addition der Wachstumsbeiträge von Konsum- und Investitionsgütern. Der Wachstumsbeitrag der Konsumgüter $NCWB_t$ im Jahr t errechnet sich als Produkt von Wachstum des nominalen Konsums NCW_t im Jahr t und nominaler Konsumquote NCR_{t-1} im Vorjahr $t - 1$. Der Wachstumsbeitrag der Investitionsgüter $NIWB_t$ im Jahr t errechnet sich als Produkt von Wachstum der nominalen Investitionen NIW_t im Jahr t und nominaler Investitionsquote NIR_{t-1} im Vorjahr $t - 1$.

$$NW_t = \underbrace{NCW_t \cdot NCR_{t-1}}_{NCWB_t} + \underbrace{NIW_t \cdot NIR_{t-1}}_{NIWB_t} \quad (99)$$

Wir ermitteln die nominalen Wachstumsbeiträge für alle Jahre am Beispiel.

$$\begin{aligned} NW_{2001} &= NCW_{2001} \cdot NCR_{2001} + NIW_{2001} \cdot NIR_{2001} \Rightarrow \\ 15,44\% &= -11,58\% \cdot 39,48\% + 44,18\% \cdot 60,52\% = -5,97\% + 21,41\% \end{aligned} \quad (100)$$

$$\begin{aligned} NW_{2002} &= NCW_{2002} \cdot NCR_{2002} + NIW_{2002} \cdot NIR_{2002} \Rightarrow \\ 6,70\% &= -17,90\% \cdot 30,37\% + 22,75\% \cdot 69,63\% = -7,07\% + 13,77\% \end{aligned} \quad (101)$$

$$\begin{aligned} NW_{2003} &= NCW_{2003} \cdot NCR_{2003} + NIW_{2003} \cdot NIR_{2002} \Rightarrow \\ 4,21\% &= -16,11\% \cdot 24,45\% + 13,07\% \cdot 75,55\% = -4,89\% + 9,10\% \end{aligned} \quad (102)$$

Jahr	Konsumgüter		Investitionsgüter		NCWB	NIWB	NW
	NCW	NCR	NIW	NIR			
2000		51,54%		48,46%			
2001	-11,58%	39,48%	44,18%	60,52%	-5,97%	21,41%	15,44%
2002	-17,90%	30,37%	22,75%	69,63%	-7,07%	13,77%	6,70%
2003	-16,11%	24,45%	13,07%	75,55%	-4,89%	9,10%	4,21%

Die Addition der nominalen Wachstumsbeiträge liefert das Wachstum des nominalen BIP.

6.2 Reale Wachstumsbeiträge im Festpreiskonzept nach Laspeyres

Im Festpreiskonzept nach Laspeyres erfolgt die Berechnung der volumenbezogenen, realen Wachstumsbeiträge wegen der gegebenen Additivität analog zur Berechnung der nominalen Wachstumsbeiträge. Wir fangen diesmal mit folgender Gleichung an.

$$Q_t = QC_t + QI_t \quad (48)$$

Das absolute Wachstum des realen BIP-Volumens ΔQ_t von $t - 1$ bis t ist dann wie folgt.

$$\Delta Q_t = \Delta QC_t + \Delta QI_t \quad (103)$$

Um das relative Wachstum des BIP-Volumens QW_t von $t - 1$ bis t zu berechnen, muss man sein absolutes Wachstum ΔQ_t durch den Vorjahreswert des BIP-Volumens Q_{t-1} dividieren. Anschließend erweitern wir wieder die Brüche geeignet.

$$QW_t = \frac{\Delta Q_t}{Q_{t-1}} = \frac{\Delta QC_t}{Q_{t-1}} + \frac{\Delta QI_t}{Q_{t-1}} = \frac{\Delta QC_t}{QC_{t-1}} \frac{QC_{t-1}}{Q_{t-1}} + \frac{\Delta QI_t}{QI_{t-1}} \frac{QI_{t-1}}{Q_{t-1}} \quad (104)$$

Das Volumenwachstum des BIP QW_t ergibt sich als Addition der Wachstumsbeiträge von Konsum- und Investitionsgütern. Der Wachstumsbeitrag der Konsumgüter $QCWB_t$ im Jahr t errechnet sich als Produkt von Wachstum des Konsumvolumens QCW_t im Jahr t und realer Konsumquote QCR_{t-1} im Vorjahr $t - 1$. Der Wachstumsbeitrag der Investitionsgüter $QIWB_t$ im Jahr t errechnet sich als Produkt von Wachstum des Investitionsvolumens QIW_t im Jahr t und realer Investitionsquote QIR_{t-1} im Vorjahr $t - 1$.

$$QW_t = \underbrace{QCW_t \cdot QCR_{t-1}}_{QCWB_t} + \underbrace{QIW_t \cdot QIR_{t-1}}_{QIWB_t} \quad (105)$$

Wir ermitteln diesmal die realen, volumenbezogenen Wachstumsbeiträge für alle Jahre am Beispiel.

$$QW_{2001} = QCW_{2001} \cdot QCR_{2001} + QIW_{2001} \cdot QIR_{2001} \Rightarrow$$

$$4,52\% = 12,35\% \cdot 55,40\% - 3,81\% \cdot 44,60\% = 6,37\% - 1,85\% \quad (106)$$

$$QW_{2002} = QCW_{2002} \cdot QCR_{2002} + QIW_{2002} \cdot QIR_{2002} \Rightarrow$$

$$5,30\% = 12,77\% \cdot 59,33\% - 3,96\% \cdot 40,67\% = 7,07\% - 1,77\% \quad (107)$$

$$QW_{2003} = QCW_{2003} \cdot QCR_{2003} + QIW_{2003} \cdot QIR_{2002} \Rightarrow$$

$$5,97\% = 12,58\% \cdot 63,03\% - 3,67\% \cdot 36,97\% = 7,46\% - 1,49\% \quad (108)$$

Jahr	Konsumgüter		Investitionsgüter		QCWB	QIWB	QW
	QCW	QCR	QIW	QIR			
2000		51,54%		48,46%			
2001	12,35%	55,40%	-3,81%	44,60%	6,37%	-1,85%	4,52%
2002	12,77%	59,33%	-3,96%	40,67%	7,07%	-1,77%	5,30%
2003	12,58%	63,03%	-3,67%	36,97%	7,46%	-1,49%	5,97%

Die Addition der realen, volumenbezogenen Wachstumsbeiträge liefert das Wachstum des realen BIP, also des BIP-Volumens.

6.3 Reale Wachstumsbeiträge im Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung

Beim Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung fangen wir mit folgender Gleichung an.

$$Q_t = \frac{PC_{t-1}}{P_{t-1}} QC_t + \frac{PI_{t-1}}{P_{t-1}} QI_t \Leftrightarrow Q_t = Q_{t-1} \left(\frac{PC_{t-1} QC_{t-1}}{\sum PC_{t-1} QC_{t-1}} \frac{QC_t}{QC_{t-1}} + \frac{PI_{t-1} QI_{t-1}}{\sum PI_{t-1} QI_{t-1}} \frac{QI_t}{QI_{t-1}} \right) \quad (64)$$

Das absolute Wachstum des Realprodukts ΔQ_t von $t - 1$ bis t berechnet sich wie folgt:

$$\Delta Q_t = \frac{PC_{t-1}}{P_{t-1}} \Delta QC_t + \frac{PI_{t-1}}{P_{t-1}} \Delta QI_t \quad (109)$$

Um das relative Wachstum des BIP-Volumens QW_t von $t - 1$ bis t zu berechnen, muss man sein absolutes Wachstum ΔQ_t durch den Vorjahreswert des BIP-Volumens Q_{t-1} dividieren. Diesmal sparen wir uns jedoch Erweiterungen.

$$QW_t = \frac{\Delta Q_t}{Q_{t-1}} = \underbrace{\frac{PC_{t-1}}{P_{t-1}} \cdot \frac{\Delta QC_t}{Q_{t-1}}}_{QCWB_t} + \underbrace{\frac{PI_{t-1}}{P_{t-1}} \cdot \frac{\Delta QI_t}{Q_{t-1}}}_{QIWB_t} \quad (110)$$

Das Volumenwachstum des BIP QW_t ergibt sich als Addition der Wachstumsbeiträge von Konsum- und Investitionsgütern. Der Wachstumsbeitrag der Konsumgüter $QCWB_t$ im Jahr t errechnet sich als Produkt zweier Terme. Der erste Term erfasst den Anteil des Konsumdeflators am BIP-Deflator im Vorjahr $t - 1$. Der zweite Term ist der Quotient aus absolutem Wachstum des Konsumvolumens im Jahr t und BIP-Volumen im Vorjahr $t - 1$. Auch der Wachstumsbeitrag der Investitionsgüter $QIWB_t$ im Jahr t errechnet sich als Produkt zweier Terme. Der erste Term erfasst den Anteil des Investitionsdeflators am BIP-Deflator im Vorjahr $t - 1$. Der zweite Term ist der Quotient aus absolutem Wachstum des Investitionsvolumens im Jahr t und BIP-Volumen im Vorjahr $t - 1$. Wir ermitteln die realen, volumenbezogenen Wachstumsbeiträge für alle Jahre.

$$QW_{2001} = \underbrace{\frac{PC_{2000}}{P_{2000}} \cdot \frac{\Delta QC_{2001}}{Q_{2000}}}_{QCWB_{2001}} + \underbrace{\frac{PI_{2000}}{P_{2000}} \cdot \frac{\Delta QI_{2001}}{Q_{2000}}}_{QIWB_{2001}} \Rightarrow$$

$$4,52\% = \frac{1,000}{1,000} \cdot \frac{31,00}{487,00} + \frac{1,000}{1,000} \cdot \frac{-9,00}{487,00} = 100,00\% \cdot 6,37\% + 100,00\% \cdot (-1,85\%) = 6,37\% - 1,85\% \quad (111)$$

$$QW_{2002} = \underbrace{\frac{PC_{2001}}{P_{2001}} \cdot \frac{\Delta QC_{2002}}{Q_{2001}}}_{QCWB_{2002}} + \underbrace{\frac{PI_{2001}}{P_{2001}} \cdot \frac{\Delta QI_{2002}}{Q_{2001}}}_{QIWB_{2002}} \Rightarrow$$

$$2,64\% = \frac{0,787}{1,105} \cdot \frac{36,00}{509,00} + \frac{1,499}{1,105} \cdot \frac{-9,00}{509,00} = 71,25\% \cdot 7,07\% + 135,71\% \cdot (-1,77\%) = 5,04\% - 2,40\% \quad (112)$$

$$QW_{2003} = \underbrace{\frac{PC_{2002}}{P_{2002}} \cdot \frac{\Delta QC_{2003}}{Q_{2002}}}_{QCWB_{2003}} + \underbrace{\frac{PI_{2002}}{P_{2002}} \cdot \frac{\Delta QI_{2003}}{Q_{2002}}}_{QIWB_{2003}} \Rightarrow$$

$$1,27\% = \frac{0,573}{1,148} \cdot \frac{40,00}{522,44} + \frac{1,916}{1,148} \cdot \frac{-8,00}{522,44} = 49,90\% \cdot 7,66\% + 166,86\% \cdot (-1,53\%) = 3,82\% - 2,56\% \quad (113)$$

Jahr	Konsumgüter						Investitionsgüter					
	PCt-1	Pt-1	Term1	ΔQ_{Ct}	Qt-1	Term2	PIt-1	Pt-1	Term1	ΔQ_{It}	Qt-1	Term2
2000												
2001	1,000	1,000	100,00%	31,00	487,00	6,37%	1,000	1,000	100,00%	-9,00	487,00	-1,85%
2002	0,787	1,105	71,25%	36,00	509,00	7,07%	1,499	1,105	135,71%	-9,00	509,00	-1,77%
2003	0,573	1,148	49,90%	40,00	522,44	7,66%	1,916	1,148	166,86%	-8,00	522,44	-1,53%

Jahr	Konsumgüter		Investitionsgüter		QCWB	QIWB	QW	QW
	Term1	Term2	Term1	Term2				
2000								
2001	100,00%	6,37%	100,00%	-1,85%	6,37%	-1,85%	4,52%	4,52%
2002	71,25%	7,07%	135,71%	-1,77%	5,04%	-2,40%	2,64%	2,64%
2003	49,90%	7,66%	166,86%	-1,53%	3,82%	-2,56%	1,27%	1,27%

Die Addition der realen Wachstumsbeiträge liefert das Wachstum des realen BIP.

Alternativ hätte man auch mit der rechten Gleichung von (64) operieren können.

$$Q_t = \frac{PC_{t-1}}{P_{t-1}} QC_t + \frac{PI_{t-1}}{P_{t-1}} QI_t \Leftrightarrow Q_t = Q_{t-1} \left(\frac{PC_{t-1} QC_{t-1}}{\sum PC_{t-1} QC_{t-1}} \frac{QC_t}{QC_{t-1}} + \frac{PI_{t-1} QI_{t-1}}{\sum PI_{t-1} QI_{t-1}} \frac{QI_t}{QI_{t-1}} \right) \quad (64)$$

Es folgt:

$$\Delta Q_t = Q_{t-1} \left(\frac{PC_{t-1} QC_{t-1}}{\sum PC_{t-1} QC_{t-1}} \frac{\Delta QC_t}{QC_{t-1}} + \frac{PI_{t-1} QI_{t-1}}{\sum PI_{t-1} QI_{t-1}} \frac{\Delta QI_t}{QI_{t-1}} \right) \quad (109')$$

Das relative Wachstum des BIP-Volumens QW_t von $t - 1$ bis t ist der Quotient aus absolutem Wachstum ΔQ_t durch den Vorjahreswert des BIP-Volumens Q_{t-1} .

$$QW_t = \frac{\Delta Q_t}{Q_{t-1}} = \frac{\overbrace{PC_{t-1} QC_{t-1}}^{\text{Term1}} \overbrace{\Delta QC_t}^{\text{Term2}}}{\underbrace{\sum PC_{t-1} QC_{t-1}}_{QCWB_t}} + \frac{\overbrace{PI_{t-1} QI_{t-1}}^{\text{Term1}} \overbrace{\Delta QI_t}^{\text{Term2}}}{\underbrace{\sum PI_{t-1} QI_{t-1}}_{QIWB_t}} = \frac{\overbrace{NC_{t-1}}^{\text{Term1}} \overbrace{\Delta QC_t}^{\text{Term2}}}{\underbrace{N_{t-1} QC_{t-1}}_{QCWB_t}} + \frac{\overbrace{NI_{t-1}}^{\text{Term1}} \overbrace{\Delta QI_t}^{\text{Term2}}}{\underbrace{N_{t-1} QI_{t-1}}_{QIWB_t}} \quad (110')$$

Das Volumenwachstum des BIP QW_t ergibt sich als Addition der Wachstumsbeiträge von Konsum- und Investitionsgütern. Der Wachstumsbeitrag der Konsumgüter $QCWB_t$ im Jahr t errechnet sich als Produkt zweier Terme. Der erste Term erfasst den Anteil des Nominalprodukts der Konsumgüter am Nominalprodukt aller Güter im Vorjahr $t - 1$. Der zweite Term ist der Quotient aus absolutem Wachstum des Konsumvolumens im Jahr t und Konsumvolumen im Vorjahr $t - 1$, also das reale Konsumwachstum. Auch der Wachstumsbeitrag der Investitionsgüter $QIWB_t$ im Jahr t errechnet sich als Produkt zweier Terme. Der erste Term erfasst den Anteil des Nominalprodukts der Investitionsgüter am Nominalprodukt aller Güter im Vorjahr $t - 1$. Der zweite Term ist der Quotient aus absolutem Wachstum des Investitionsvolumens im Jahr t und Investitionsvolumen im Vorjahr $t - 1$, also das reale Investitionswachstum. Wir ermitteln die realen, volumenbezogenen Wachstumsbeiträge für alle Jahre.

$$QW_{2001} = \frac{\overbrace{NC_{t-1}}^{\text{Term1}} \overbrace{\Delta QC_t}^{\text{Term2}}}{\underbrace{N_{t-1} QC_{t-1}}_{QCWB_t}} + \frac{\overbrace{NI_{t-1}}^{\text{Term1}} \overbrace{\Delta QI_t}^{\text{Term2}}}{\underbrace{N_{t-1} QI_{t-1}}_{QIWB_t}} \Rightarrow$$

$$4,52\% = \frac{251,00}{487,00} \cdot \frac{31,00}{251,00} + \frac{236,00}{487,00} \cdot \frac{-9,00}{236,00} = 51,54\% \cdot 12,35\% + 48,46\% \cdot (-3,81\%) = 6,37\% - 1,85\% \quad (111')$$

$$QW_{2002} = \frac{\overbrace{PC_{2001}}^{\text{Term1}} \overbrace{\Delta QC_{2002}}^{\text{Term2}}}{\underbrace{P_{2001} Q_{2001}}_{QCWB_{2002}}} + \frac{\overbrace{PI_{2001}}^{\text{Term1}} \overbrace{\Delta QI_{2002}}^{\text{Term2}}}{\underbrace{P_{2001} Q_{2001}}_{QIWB_{2002}}} \Rightarrow$$

$$2,64\% = \frac{221,93}{562,21} \cdot \frac{36,00}{282,00} + \frac{340,27}{562,21} \cdot \frac{-9,00}{227,00} = 39,48\% \cdot 12,77\% + 60,52\% \cdot (-3,96\%) = 5,04\% - 2,40\% \quad (112')$$

$$QW_{2003} = \frac{\overbrace{PC_{2002}}^{\text{Term1}} \overbrace{\Delta QC_{2003}}^{\text{Term2}}}{\underbrace{P_{2002} Q_{2002}}_{QCWB_{2003}}} + \frac{\overbrace{PI_{2002}}^{\text{Term1}} \overbrace{\Delta QI_{2003}}^{\text{Term2}}}{\underbrace{P_{2002} Q_{2002}}_{QIWB_{2003}}} \Rightarrow$$

$$1,27\% = \frac{182,21}{599,90} \cdot \frac{40,00}{318,00} + \frac{417,69}{599,90} \cdot \frac{-8,00}{218,00} = 30,37\% \cdot 12,58\% + 69,63\% \cdot (-3,67\%) = 3,82\% - 2,56\% \quad (113')$$

Die Addition der realen Wachstumsbeiträge liefert wieder das Wachstum des realen BIP.

7 Plädoyer für das Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung

Für zahlreiche Berechnungen wurden jeweils die zwei Verfahren vorgestellt: das Festpreiskonzept nach Laspeyres und das Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung. Heutzutage hat sich jedoch das Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung durchgesetzt, wiewohl es anspruchsvoller bei den Rechenschritten ist und auch umständlicher wirkt. Dies erfordert eine Begründung.

7.1 Umbasierungsprobleme beim Festpreiskonzept nach Laspeyres

Der erste Grund dafür, das Festpreiskonzept nach Laspeyres nicht mehr zu verwenden, besteht darin, dass im Laufe der Zeit sich ein Warenkorb als Grundlage für die Berechnung statistischer Größen ändert und es von daher von Zeit zu Zeit zu Neubasierungen kommt. Anstelle des Jahres 20XY wird dann das Jahr 20VW genommen.

In diesem Falle sorgt die Neubasierung für neue Werte bei realen Wachstumsraten, Wachstumsbeiträgen und Deflatoren, während beim Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung sich diese Größen nicht ändern. Dies spricht für dieses Vorjahrespreiskonzept.

7.2 Überzeichnetes Wachstum beim Festpreiskonzept nach Laspeyres

Ein zweiter Grund liegt darin, dass Preise und Mengen negativ korrelieren können. Hohen relativen Preisen können wegen des Substitutionseffektes niedrige Mengen zeitigen und umgekehrt. Eine solche Entwicklung wurde auch im aufgeführten Beispiel unterstellt.

Wir möchten diesen Zusammenhang noch stärker konturieren, indem wir von zwei Gütern ausgehen, die anfänglich den gleichen Preis p_0 und die gleiche Menge q_0 haben. Im Folgenden soll jedes Jahr der Preis des ersten Gutes um die Rate π sinken und die Menge um die Rate π steigen, wohingegen jedes Jahr der Preis des zweiten Gutes um die Rate π steigen und die Menge um die Rate π sinken soll.

7.2.1 Volumina beim Festpreiskonzept nach Laspeyres

Beim Festpreiskonzept nach Laspeyres gilt allgemein:

$$Q_0 = \sum p_0 q_0 \quad (3)$$

$$Q_t = \sum p_0 q_t \quad (2)$$

Dann folgt für das skizzierte Beispiel:

$$Q_0 = p_0 q_0 + p_0 q_0 = 2p_0 q_0 \quad (114)$$

$$Q_1 = p_0 q_0 (1 + \pi)^1 + p_0 q_0 (1 - \pi)^1 \Leftrightarrow$$

$$Q_1 = p_0 q_0 [(1 + \pi) + (1 - \pi)] = 2p_0 q_0 \quad (115)$$

$$Q_2 = p_0 q_0 (1 + \pi)^2 + p_0 q_0 (1 - \pi)^2 \Leftrightarrow$$

$$Q_2 = p_0 q_0 [(1 + \pi)^2 + (1 - \pi)^2] \quad (116)$$

$$Q_3 = p_0 q_0 (1 + \pi)^3 + p_0 q_0 (1 - \pi)^3 \Leftrightarrow$$

$$Q_3 = p_0 q_0 [(1 + \pi)^3 + (1 - \pi)^3] \quad (117)$$

Für das Jahr t folgt dann:

$$Q_t = p_0 q_0 [(1 + \pi)^t + (1 - \pi)^t] \quad (118)$$

Für das Jahr $t - 1$ folgt dann:

$$Q_{t-1} = p_0 q_0 [(1 + \pi)^{t-1} + (1 - \pi)^{t-1}] \quad (118)$$

Das reale Volumenwachstum beträgt somit

$$QW_t = \frac{p_0 q_0 [(1 + \pi)^t + (1 - \pi)^t]}{p_0 q_0 [(1 + \pi)^{t-1} + (1 - \pi)^{t-1}]} - 1 = \frac{(1 + \pi)^t + (1 - \pi)^t}{(1 + \pi)^{t-1} + (1 - \pi)^{t-1}} - 1 \quad (119)$$

7.2.2 Volumina beim Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung

Beim Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung gilt allgemein:

$$Q_0 = \sum p_0 q_0 \quad (6)$$

$$Q_t = Q_{t-1} \frac{\sum p_{t-1} q_t}{\sum p_{t-1} q_{t-1}} \quad (7)$$

Dann folgt für das skizzierte Beispiel:

$$Q_0 = p_0 q_0 + p_0 q_0 = 2p_0 q_0 \quad (120)$$

$$Q_1 = 2p_0 q_0 \frac{p_0(1-\pi)^0 q_0(1+\pi)^1 + p_0(1+\pi)^0 q_0(1-\pi)^1}{p_0(1-\pi)^0 q_0(1+\pi)^0 + p_0(1+\pi)^0 q_0(1-\pi)^0} \Leftrightarrow$$

$$Q_1 = 2p_0 q_0 \frac{1+\pi+1-\pi}{1+1} = 2p_0 q_0 \quad (121)$$

$$Q_2 = 2p_0 q_0 \frac{p_0(1-\pi)^1 q_0(1+\pi)^2 + p_0(1+\pi)^1 q_0(1-\pi)^2}{p_0(1-\pi)^1 q_0(1+\pi)^1 + p_0(1+\pi)^1 q_0(1-\pi)^1} \Leftrightarrow$$

$$Q_2 = 2p_0 q_0 \frac{1+\pi+1-\pi}{1+1} = 2p_0 q_0 \quad (122)$$

$$Q_3 = 2p_0 q_0 \frac{p_0(1-\pi)^2 q_0(1+\pi)^3 + p_0(1+\pi)^2 q_0(1-\pi)^3}{p_0(1-\pi)^2 q_0(1+\pi)^2 + p_0(1+\pi)^2 q_0(1-\pi)^2} \Leftrightarrow$$

$$Q_3 = 2p_0 q_0 \frac{1+\pi+1-\pi}{1+1} = 2p_0 q_0 \quad (123)$$

Für das Jahr t folgt dann:

$$Q_t = 2p_0 q_0 \quad (124)$$

Für das Jahr $t - 1$ folgt dann:

$$Q_{t-1} = 2p_0 q_0 \quad (125)$$

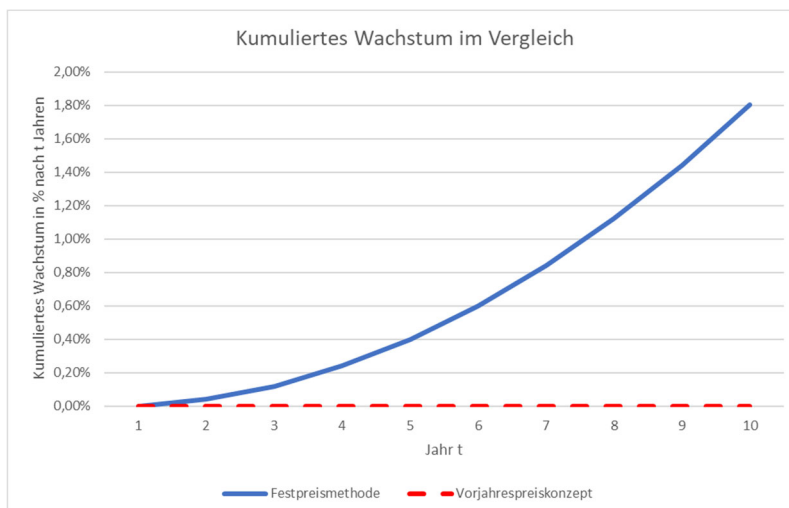
Das reale relative Volumenwachstum beträgt somit

$$QW_t = \frac{2p_0 q_0}{2p_0 q_0} - 1 = 1 - 1 = 0 \quad (126)$$

Gesetzt, dass im Laufe von Jahren ein Gut relativ billiger ein anderes relativ teurer wird, so dass die Nachfrage nach dem verbilligten Gut steigt und die nach dem verteuerten sinkt. Wie ist das hinsichtlich des realen Gesamtprodukts einzuordnen? Das mengenmäßig steigende Gut erhöht zwar das Gesamtprodukt, verliert aber aufgrund des zuvor gesunkenen Preises an Gewicht. Umgekehrt senkt das mengenmäßig sinkende Gut zwar das Gesamtprodukt, gewinnt aber aufgrund des zuvor gestiegenen Preises an Gewicht.

Das Vorjahrespreiskonzept errechnet für diesen Entwicklungsfall ein Nullwachstum des Gesamtprodukts, was eine nachvollziehbare Deutung ermöglicht. Das Festpreiskonzept hingegen gewichtet dauerhaft mit den Basispreisen, so dass die Preis- und Gewichtssenkung des mengenmäßig steigenden Produkts gar nicht erfasst wird und das reale Wachstum folglich überzeichnet wird, wie nachfolgender nach (119) und (126) berechneter Tabelle und Grafik zu entnehmen ist.

t	Festpreismethode		Vorjahrespreiskonzept	
	WQt	WQt kum	WQt	WQt kum
0				
1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2	0,04%	0,04%	0,00%	0,00%
3	0,08%	0,12%	0,00%	0,00%
4	0,12%	0,24%	0,00%	0,00%
5	0,16%	0,40%	0,00%	0,00%
6	0,20%	0,60%	0,00%	0,00%
7	0,24%	0,84%	0,00%	0,00%
8	0,28%	1,12%	0,00%	0,00%
9	0,32%	1,44%	0,00%	0,00%
10	0,36%	1,80%	0,00%	0,00%



7.3 Fazit

Das kumulierte reale Wachstum wird somit beim Festpreiskonzept nach Laspeyres nach 10 Jahren um 1,8 Prozentpunkte überzeichnet. Diese Schwäche sowie das Neubasierungsproblem des Festpreiskonzepts sprechen fürs Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung.

8 Ein VGR-Beispiel fürs Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung

Um den Anwendungsnutzen zu erläutern, soll das Vorjahrespreiskonzept mit Verkettung anhand der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung der Bundesrepublik für 2010 bis 2016 skizziert werden. Eurostat liefert folgende Werte zum Basisjahr 2010.

GEO/TIME	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	
BIP	2.580.060,0	2.703.120,0	2.758.260,0	2.826.240,0	2.932.470,0	3.043.650,0	3.144.050,0	nominales BIP und Komponenten
Konsum	1.939.610,0	2.001.224,0	2.057.742,0	2.106.353,0	2.157.121,0	2.217.532,0	2.289.840,0	
B-Investitionen	506.347,0	569.751,0	532.531,0	551.462,0	572.336,0	582.812,0	603.591,0	
Exporte	1.090.085,0	1.211.489,0	1.268.318,0	1.283.053,0	1.340.265,0	1.426.706,0	1.450.012,0	
Importe	-955.982,0	-1.079.344,0	-1.100.331,0	-1.114.628,0	-1.137.252,0	-1.183.400,0	-1.199.393,0	
Summe	2.580.060,0	2.703.120,0	2.758.260,0	2.826.240,0	2.932.470,0	3.043.650,0	3.144.050,0	
GEO/TIME	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	
BIP	2.580.060,0	2.674.490,2	2.687.648,5	2.700.806,8	2.752.924,0	2.800.913,1	2.855.352,4	reales BIP und Komponenten
Konsum	1.939.610,0	1.963.661,2	1.988.682,1	2.004.586,9	2.026.892,5	2.067.624,3	2.119.217,9	
B-Investitionen	506.347,0	553.386,6	507.764,8	515.360,0	526.246,4	527.461,7	538.753,2	
Exporte	1.090.085,0	1.180.344,0	1.213.700,6	1.234.521,3	1.291.750,7	1.359.336,0	1.395.090,8	
Importe	-955.982,0	-1.023.091,9	-1.022.422,8	-1.052.823,0	-1.090.584,3	-1.151.575,9	-1.196.698,3	
Summe	2.580.060,0	2.674.299,9	2.687.724,7	2.701.645,2	2.754.305,3	2.802.846,1	2.856.363,6	
GEO/TIME	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	
BIP	100,000	101,070	102,627	104,644	106,522	108,666	110,111	Deflatoren von realem BIP und Komponenten
Konsum	100,000	101,913	103,473	105,077	106,425	107,250	108,051	
B-Investitionen	100,000	102,957	104,877	107,005	108,758	110,494	112,035	
Exporte	100,000	102,639	104,500	103,931	103,756	104,956	103,937	
Importe	100,000	105,498	107,620	105,870	104,279	102,764	100,225	
Summe								

Eurostat liefert sowohl das nominale BIP mitsamt Komponenten als auch die Volumina und die Deflatoren. Es hätten jedoch auch zwei Angaben gereicht, um die dritte selber zu errechnen. Man beachte die Nichtadditivität der Komponentenvolumina, ausgedrückt in der Abweichung der Summe der Komponentenvolumina vom BIP-Volumen.

Im Folgenden können wir die Steigerungen des nominalen BIP samt Komponenten, der entsprechenden Volumina sowie der Deflatoren ermitteln. Die Summe der Steigerungen eines Volumens und seines Deflators ist gleich der Steigerung des Nominalwertes.

GEO/TIME	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	
BIP		3,66%	0,49%	0,49%	1,93%	1,74%	1,94%	Wachstum von realem BIP und Komponenten
Konsum		1,24%	1,27%	0,80%	1,11%	2,01%	2,50%	
B-Investitionen		9,29%	-8,24%	1,50%	2,11%	0,23%	2,14%	
Exporte		8,28%	2,83%	1,72%	4,64%	5,23%	2,63%	
Importe		7,02%	-0,07%	2,97%	3,59%	5,59%	3,92%	
Summe								
GEO/TIME	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	
BIP		1,07%	1,54%	1,97%	1,79%	2,01%	1,33%	Wachstum der Deflatoren von realem BIP und Komponenten
Konsum		1,91%	1,53%	1,55%	1,28%	0,78%	0,75%	
B-Investitionen		2,96%	1,87%	2,03%	1,64%	1,60%	1,39%	
Exporte		2,64%	1,81%	-0,54%	-0,17%	1,16%	-0,97%	
Importe		5,50%	2,01%	-1,63%	-1,50%	-1,45%	-2,47%	
Summe								
GEO/TIME	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	
BIP		4,77%	2,04%	2,46%	3,76%	3,79%	3,30%	Wachstum von nominalen BIP und Komponenten
Konsum		3,18%	2,82%	2,36%	2,41%	2,80%	3,26%	
B-Investitionen		12,52%	-6,53%	3,55%	3,79%	1,83%	3,57%	
Exporte		11,14%	4,69%	1,16%	4,46%	6,45%	1,63%	
Importe		12,90%	1,94%	1,30%	2,03%	4,06%	1,35%	
Summe								

Um die nominalen Verwendungsquoten und Wachstumsbeiträge zu ermitteln, verwenden wir die bekannten Ansätze, jedoch zusätzlich mit Exporten X und Importen M .

$$NCR_t = \frac{NC_t}{N_t} \quad (67)$$

$$NIR_t = \frac{NI_t}{N_t} \quad (68)$$

$$NXR_t = \frac{NX_t}{N_t} \quad (127)$$

$$NMR_t = \frac{NM_t}{N_t} \quad (128)$$

$$NW_t = \underbrace{NCW_t \cdot NCR_{t-1}}_{NCWB_t} + \underbrace{NIW_t \cdot NIR_{t-1}}_{NIWB_t} + \underbrace{NXW_t \cdot NXR_{t-1}}_{NXWB_t} - \underbrace{NMW_t \cdot NMR_{t-1}}_{NMWB_t} \quad (129)$$

GEO/TIME	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	
BIP	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	nominales BIP und Komponentenquoten
Konsum	75,18%	74,03%	74,60%	74,53%	73,56%	72,86%	72,83%	
B-Investitionen	19,63%	21,08%	19,31%	19,51%	19,52%	19,15%	19,20%	
Exporte	42,25%	44,82%	45,98%	45,40%	45,70%	46,87%	46,12%	
Importe	-37,05%	-39,93%	-39,89%	-39,44%	-38,78%	-38,88%	-38,15%	
Summe	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	
GEO/TIME	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	
BIP		4,77%	2,04%	2,46%	3,76%	3,79%	3,30%	Wachstum von nominalem BIP und Komponenten
Konsum		3,18%	2,82%	2,36%	2,41%	2,80%	3,26%	
B-Investitionen		12,52%	-6,53%	3,55%	3,79%	1,83%	3,57%	
Exporte		11,14%	4,69%	1,16%	4,46%	6,45%	1,63%	
Importe		12,90%	1,94%	1,30%	2,03%	4,06%	1,35%	
Summe								
GEO/TIME	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	
BIP		4,77%	2,04%	2,46%	3,76%	3,79%	3,30%	Wachstum von nominalem BIP und Wachstumsbeiträge
Konsum		2,39%	2,09%	1,76%	1,80%	2,06%	2,38%	
B-Investitionen		2,46%	-1,38%	0,69%	0,74%	0,36%	0,68%	
Exporte		4,71%	2,10%	0,53%	2,02%	2,95%	0,77%	
Importe		-4,78%	-0,78%	-0,52%	-0,80%	-1,57%	-0,53%	
Summe		4,77%	2,04%	2,46%	3,76%	3,79%	3,30%	

Die Spaltensumme der nominalen Komponentenquoten ist 100%, die Spaltensumme der nominalen Wachstumsbeiträge der Komponenten ergibt das nominale BIP-Wachstum.

Auch um die realen, volumenbezogenen Verwendungsquoten und Wachstumsbeiträge zu ermitteln, verwenden wir, erweitert um den Außenhandel, die bekannten Ansätze.

$$QCR_t = \frac{PC_{t-1} QC_t}{P_{t-1} Q_t} \quad (87)$$

$$QIR_t = \frac{PI_{t-1} QI_t}{P_{t-1} Q_t} \quad (88)$$

$$QXR_t = \frac{PX_{t-1} QX_t}{P_{t-1} Q_t} \quad (130)$$

$$QMR_t = \frac{PM_{t-1} QM_t}{P_{t-1} Q_t} \quad (131)$$

$$QW_t = \frac{\Delta Q_t}{Q_{t-1}} = \underbrace{\frac{\overbrace{P_{C_{t-1}}}^{\text{Term1}} \overbrace{\Delta Q_{C_t}}^{\text{Term2}}}{P_{t-1} Q_{t-1}}}_{QCWB_t} + \underbrace{\frac{\overbrace{P_{I_{t-1}}}^{\text{Term1}} \overbrace{\Delta Q_{I_t}}^{\text{Term2}}}{P_{t-1} Q_{t-1}}}_{QIWB_t} + \underbrace{\frac{\overbrace{P_{X_{t-1}}}^{\text{Term1}} \overbrace{\Delta Q_{X_t}}^{\text{Term2}}}{P_{t-1} Q_{t-1}}}_{QXWB_t} - \underbrace{\frac{\overbrace{P_{M_{t-1}}}^{\text{Term1}} \overbrace{\Delta Q_{M_t}}^{\text{Term2}}}{P_{t-1} Q_{t-1}}}_{QMWB_t} \quad (132)$$

Dann erhalten wir:

GEO/TIME	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	
BIP		100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	reales BIP und Komponentenquoten
Konsum		73,42%	74,61%	74,83%	73,93%	73,75%	73,25%	
B-Investitionen		20,69%	19,25%	19,50%	19,55%	19,23%	19,19%	
Exporte		44,13%	45,86%	46,54%	46,60%	47,27%	47,19%	
Importe		-38,25%	-39,71%	-40,88%	-40,08%	-40,25%	-39,63%	
Summe		99,99%	100,01%	100,00%	100,00%	100,00%	99,99%	
GEO/TIME	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	
BIP		3,66%	0,49%	0,49%	1,93%	1,74%	1,94%	Wachstum von realem BIP und Wachstumsbeiträge
Konsum		0,93%	0,94%	0,60%	0,83%	1,48%	1,82%	
B-Investitionen		1,82%	-1,74%	0,29%	0,41%	0,05%	0,41%	
Exporte		3,50%	1,27%	0,79%	2,10%	2,39%	1,23%	
Importe		2,60%	-0,03%	1,19%	1,41%	2,17%	1,52%	
Summe		8,85%	0,45%	2,86%	4,76%	6,08%	4,98%	

Die Spaltensumme der realen Komponentenquoten ist eher 100%, die Spaltensumme der realen Wachstumsbeiträge der Komponenten ergibt das reale BIP-Wachstum. Minimale Abweichungen zu 100% sind lediglich auf Rundungsfehler und auf einen notwendigen Fehler im Ausgangsjahr zurückzuführen.² Hinweis: Aus Gründen der Anschaulichkeit wurden Importwerte, wo es sinnvoll ist, mit negativem Vorzeichen ausgewiesen.

² Der Fehler ist notwendig, denn die Deflatoren haben im Ausgangsjahr als erstem Vorjahr allesamt den Wert 1, da dann Nominalwert und Volumen annahmegemäß identisch sind. Dann aber kann wegen der Nichtadditivität die Quotensumme nicht 1 betragen. Dieser Ausgangsfehler wird leicht fortgeschrieben. Wertvollste Anregungen und auch die Zahlen des ersten Beispiels habe ich dem Aufsatz von Tödter, Karl-Heinz: *Umstellung der deutschen VGR auf Vorjahrespreisbasis. Konzept und Konsequenzen für die aktuelle Wirtschaftsanalyse sowie die ökonometrische Modellierung, Diskussionspapier Nr. 31/2005 in der Reihe 1: Volkswirtschaftliche Studien der Deutschen Bundesbank* entnommen. Alle Rechnungen, Ausführungen, Herleitungen und etwaigen Fehler gehen indes zu meinen Lasten.